共有資源付きペトリネットのサブクラスにおける GA と厳密解法の融合によるスケジューリング問題の解法

木村 彰吾　　指導教員：太田 淳

1 本研究の背景, 目的

スケジューリング問題とは, 複数の仕事を複数の機械で処理するときに, 仕事が終了するまでの完了時間を最小にするよう, 各機械に仕事を割り当てる方法, 手順を考える問題である. しかし, この問題は, 実用的な問題において考えられるスケジュール (組み合わせ) 数が膨大であり, 解を求めることが困難である. この問題に対して, ペトリネットでモデル化を行い最適解を求める様々な解法が提案されてきた. モデル化を行う際に, 時間の概念を導入した時間ペトリネットを用いることで, 事象の生起時間に関する定量的な分析を可能とするため, スケジューリング問題を扱うのに優れているのである. またこのような組み合わせ最適化問題に対するアプローチとして, 厳密解法や, メタヒューリスティクス解法がある. より実用性を高めるためにこれらを組み合わせることで, 解の質の向上を計るハイブリッドアプローチが提案されている. このアプローチで重要になるのが, メタヒューリスティクスで縮小された問題の実行可能解の存在についての確認である. 実行可能解の有無がわかるだけで計算時間に大きな影響を与えることになる. 関連研究 [4] では, 変数を固定した後にできる有向グラフに対して, 深さ優先探索を行うことで有向閉路を発見し, 辺の向きを逆転することで閉路を取り除く方法を取るが, 深さが大きくなると時間ががかかる場合がある.

本研究では, 繰り返し工程の周期を最適解の指標とし, ジョブショップスケジューリング問題を扱う. モデル化には共有資源付きタイムマークグラフを使用する. そしてその問題を,0-1 混合整数計画問題として定式化し, 得られた 0-1 混合整数計画問題に対して, メタヒューリティクス解法の一つである遺伝的アルゴリズムにより 0-1 変数の一部を固定する. この際, 実行可能解が存在するような固定法を行い, 計算時間を短縮する. この問題に対して, 厳密解法を用いることにより周期, 計算時間を求める. また, 遺伝アルゴリズムの適合度には周期だけではなく計算時間も組み合わせることにより, より計算時間の少ない解を求める. ここで扱う厳密解法は数理計画パッケージ SCIP を用いる.

2 ペトリネット

ペトリネットは離散事象システムをモデル化する数学的なツールで, 有向 2 部グラフから成る. 初期マーキング M_0 と呼ばれる初期状態を持ち, プレース及びトランジションの 2 種類のノードにより構成される. システムの静的な接続状態を示すペトリネットの構造に, 動的な性質を持つトークンを導入したものがペトリネットである. プレースとトランジションの間にはシステムの状態または条件とシステムの状態遷移を示す事象の関係を持つ. ここでアークは, プレースからトランジションに接続するもの, あるいはトランジションからプレースに接続するもののいずれかである. グラフ的には, プレースは丸, トランジションは棒または箱で表現される [1].

3 スケジューリング問題

n 個の仕事を m 台の機械で処理することを考える. それぞれの仕事はいくつかの手順からなる. 各手順として, 用いる機械, 処理時間, 手順間の順序関係が与えられている. また, 各機械は二つ以上の処理を同時には行うことができない. このとき各手順の開始時刻を決定し, 全体の処理時間などの目的関数を最小または最大にするための問題をスケジューリング問題という.

4 本研究におけるスケジュールの条件

4.1 本研究で扱う問題とモデル

以下に, 本研究で扱う問題とモデルを記す.

1. 繰り返しジョブショップスケジューリング問題を扱う.
2. 仕事の数を n_j, 機械の数を n_m とし, 機械はそれぞれ異なるものとする.
3. 各仕事の各処理にかかる時間は, 決められているものとする.
4. 目的関数を周期とし, その目的関数を最小にするようなスケジュールを求めることを目的とする.
5. 取り扱うネット N は, 共有資源付きタイムマークグラフである.
6. ネット N は共有資源 R を持ち, 共有資源プレース $r \in R$ とその入出力アークを除去すると, ネットは有向閉路を持たないマークグラフである.
7. 共有資源 R のプレース r は, 二つ以上のトランジションとそれぞれ往復アークによって接続される.
8. 初期マーキングでは, すべての共有資源が 1 つだけトークンを持ち, それ以外のプレースはトークンを持たない.

4.2 定式化

以下に本研究で扱う問題の定式化を記す. 変数を, 周期 C, 初期マーキング M_0, プレースへの滞留時間 λ, 補助変数 Z_{ijk} とする. また定数を, 前向き接続行列 A^+, 基本タイセット行列 B_f, 十分に大きい値 W とする.(1) 式は周期を求める際のタイムマークグラフの条件を,(2) 式は共有資源がトークンを 1 つだけ持つことを表す.(3) から (5) は,(1) 式の左辺を線形方程式にするための条件式である.

問題の定式化

minimize C

subject to

$$CB_fM_{0(q_{ijk})} = B_f(A^+)^Td + B_f\lambda \tag{1}$$
$$M_{0(q_{ijk})} + M_{0(q_{ikj})} = 1 \tag{2}$$
$$Z_{ijk} \le C \tag{3}$$
$$Z_{ijk} \le M_{0(q_{ijk})} \tag{4}$$
$$Z_{ijk} \ge C + W(M_{0(q_{ijk})} - 1) \tag{5}$$
$$\lambda \ge 0, M_{0(qijk)} \in \{0,1\}, Z_{ijk} \ge 0 \tag{6}$$

5 GA とハイブリッド解法

5.1 ハイブリッドアプローチ

スケジューリング問題のアプローチ手法として, 厳密解法とヒューリスティクス解法がある. 本研究では厳密解法である整数計画ソルバーと, メタヒューリスティクス解法である遺伝的アルゴリズムを組み合わせたハイブリッド解法を用いる. 図 1 はその解法のフローチャートである. また, ハイブリッドアプローチによる利点は以下のようなものがある.

- 厳密解法で求めるより早く解を出すことが出来る.
- 扱える問題の大きさが厳密解法のみの場合より増大する.
- メタヒューリスティクスで求める解よりも解の精度が高くなる.
- 厳密解法とメタヒューリスティクスの組み合わせるときに, それぞれ組み合わせる割合を決めることが出来るため, 計算時間と解の質どちらに重みを置くかを容易に決めることが出来る.

5.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm) とは, 選択淘汰や突然変異など生物進化の原理をもとに, データを生物の遺伝子のように扱うことで問題の最適化を行うアルゴリズムである.

5.2.1 初期集団作成

本研究では, 初期集団は固定率に従い各遺伝子の種類ごとの最大値を定める方法をとる. また, 染色体の長さはトランジションの数, 遺伝子要素数は (0,1) の 2 つ, 個体数は 10 である. この初期集団はある固定率で遺伝子要素 1 の数を定めるものである.

5.2.2 適合度計算

本研究では以下の評価関数を用いる. 最適な周期の中で, その周期を計算する時間が小さければ適合度は高くなるような評価関数とした.C_i は個体 i の時の周期,T_i は個体 i の時の計算時間,F_i は個体 i の時の適合度,W は重みである.

$$F_i = \frac{1}{WC_i + T_i}$$

5.2.3 選択

選択には複数の方法があるが, 本研究ではルーレット選択を使用する. ルーレット選択とは, 各個体の適合度から選択確率を変え, この確率に沿ってルーレットを回すように選択を行う方法である. 選択確率は適合度に比例したものとなる.

5.2.4 交叉

本研究では 2 点交叉を使用する.2 点交叉とは, 親個体 2 つ双方の文字列上で交差点をランダムに 2 箇所選ぶ. その後その交差点の間にできた部分文字列を 2 つの親の間でそっくりそのまま変換することで子個体を 2 つ生成する操作のことである.

5.2.5 突然変異

突然変異とは, ある定められた突然変異確率により染色体上にある遺伝子を変異させる操作である. 突然変異確率とはどのくらいで突然変異が起きるかの確率を表したものである. 交叉だけでは個体の親に依存してしまい限られた子個体しか生成できない. 突然変異を行うことで個体群に多様性が生まれる.

5.3 整数計画問題の縮小

前項で述べた通り, 本研究では遺伝的アルゴリズムを用いて混合整数計画問題を縮小している. この時の縮小方法を以下に記す.1 から 3 は初期設定,4,5 はコーディング方法を表す.

1. 有向閉路が出来ないよう、共有資源にランダムでトークンを配置したモデルを作成しておく.
2. トランジション番号を並べた数列を作成する.
3. 染色体の種類 が (0,1) であるような遺伝子集団を生成する.
4. 2 の数列と 3 の遺伝子集団を比較していく.
5. k 番目の遺伝子が 1 の時, 対応するトランジション t_k に接続する共有資源に対応するプレース q_{ijk},q_{jik} のトークン数を 1 で決めた値に固定する.

5.4 ハイブリッド解法のアルゴリズム

以下に GA と SCIP を用いたアルゴリズムを記す.α_{best} は最良解, α_{new} は現在解とする.

1. 初期固定率に従った初期集団とトランジション番号を並べた数列の生成を行う.
2. 提案した縮小法を用いて変数のいくつかを 0 または 1 に固定した問題を生成する.
3. 生成した変数の組み合わせを式に反映し,SCIP を用いて問題を解き,α_{new} を求める.
4. $\alpha_{best} \leftarrow \alpha_{new}$ とする.
5. 選択, 交叉, 突然変異を行い, 新たな集団の生成を行う.
6. 2,3 を繰り返し, α_{new} を再び求める.
7. $\alpha_{best} < \alpha_{new}$ であれば.$\alpha_{best} \leftarrow \alpha_{new}$ とする.
8. 5 ～ 7 を指定回繰り返す.
9. 指定回繰り返したら, α_{best} を近似解として終了する.

6 シミュレーション

機械数, 仕事数が違うモデルをいくつか用意し, 個体数 10, 世代数 10, 交叉率 0.8, 突然変異確率 0.05 とし, 提案手法を適用する. 初期固定率はそれぞれのモデルで 25% ,50% ,75% とする.

6.1 結果

その時の実験結果が図 2 から図 5 である. 青のグラフが厳密解法と周期の比率, 赤のグラフが計算時間との比率である.fix rate 値が 0% の時, 厳密解法を表す.

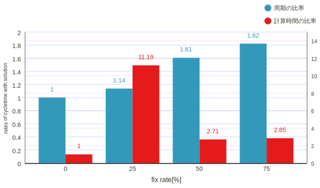

図 1　7 仕事 7 機械

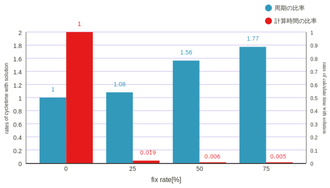

図 2　10 仕事 5 機械

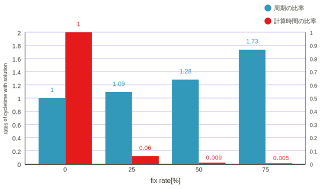

図 3　12 仕事 5 機械

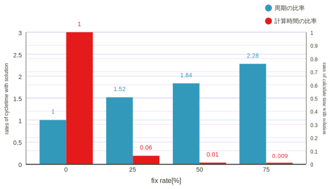

図 4　12 仕事 10 機械

6.2 考察

図 2 を見てみると, 厳密解法の時の計算時間がハイブリッドアプローチの計算時間より小さくなっている. 原因として, 考えられるのはこれらのスケジュールは計算が簡単な問題なため, ハイブリッドアプローチの繰り返すという操作の分だけ時間がかかってしまったと考えられる. 次に図 3 から図 5 を見てみると, 計算時間はどの初期固定率でも大きく短縮され, 良質な周期も見られる. つまり問題の規模が大きいほど提案手法の効果は出ると考えられる. また, 関連研究で実行可能解を探すために行っていた深さ優先探索の場合, 基本的に固定率が高いと深さが大きくなり, 計算時間もかかってしまっていた. しかし本研究では固定率が高くても計算時間は増えないため, 問題規模が大きくなるにつれて, 縮小法の効果が出てくると考えられる.

7 まとめ

本研究では, 問題の規模が小さければハイブリッド解法を繰り返すため, 計算時間は大きくなってしまったが, 問題の規模が大きければ目標の計算時間は大きく短縮され, 良質な解を求めることが出来る固定率も見つけることが出来た. しかし, 問題の規模を大きくすればするほど低い固定率で組み合わせ爆発が起こる可能性が上がると考えられるため, 最適な固定率の割合を知ることは困難であると考えられる. 組み合わせ爆発が起こった際に, どのような対処方法をとる事が最適かを見極めることが, 必要不可欠で今後の課題である.

参考文献

[1] 村田忠夫 『ペトリネットの解析と応用』 近代科学社，1992

[2] 宮代隆平 『整数計画ソルバー入門』 オペレーションズ・リサーチ 57-4 pp.183-189，2012

[3] 名嘉村盛和『ペトリネットに基づくスケジューリング問題へのアプローチ』電子情報通信学会 基礎・境界ソサイエティ Fundamentals Review Vol.8 No.4 pp.314-321, 2015

[4] 粟國信治 官森林 名嘉村盛和 『PBIL と厳密解法の融合による繰り返しスケジューリング問題の解法』 信学技報, 2012